

УДК 51-3

Д. С. Коровкин, А. А. Балдин

Определение момента временной привязки сигналов методом двойного дифференцирования и интерполяции для времяпролетных измерений

Рассматривается метод определения точки привязки оцифрованного импульса, разработанный для определения времени пролета на выводе установки Нуклотрон-Н ОИЯИ. Описан поэтапный алгоритм работы метода. Приведён пример определения точек привязки импульса. Также приведен анализ результатов определения точки привязки с помощью представленного метода в зависимости от амплитуды импульса. В конце приведены экспериментальные данные с 55-го сеанса работы ускорителя Нуклотрона-Н, обработанные данным методом.

Ключевые слова: время пролета, форма импульса, сцинтилляционный детектор, ускоритель заряженных частиц

Об авторах

Коровкин Дмитрий Сергеевич – магистр кафедры проектирования электроники для установок «мегасайенс» государственного университета «Дубна», инженер НЭОФТИ на ЛНС сектора № 3 в ОИЯИ. E-mail: d.korovkin69@gmail.com. Московская обл., г. Дубна, ул. Тверская, 9–209.

Балдин Антон Александрович – доктор физико-математических наук, начальник сектора НЭОФТИ на ЛНС сектора № 3 в ОИЯИ.

На ускорителе Нуклотрон-Н установлены системы диагностики, в которых измеряют пространственные и временные характеристики частиц в ускорителе. Для определения времени пролета частиц на заданном расстоянии в канале вывода пучка из ускорителя к экспериментальным установкам установлены две детекторные станции. Станции расположены на расстоянии 37 м друг от друга (времяпролетная база) и оснащены дистанционно перемещаемыми сцинтилляционными детекторами малых размеров 2×2 см. Система сбора данных регистрирует время прихода импульса и набор амплитуд (форма импульса) с шагом 8 нс [1].

Цель данной работы состояла в разработке метода более точного определения временной привязки импульса на основе данных о его форме.

В результате анализа различных методов определения момента прихода сигнала разработан эффективный алгоритм для определения точки привязки импульса на основе интерполяции и двойного дифференцирования функциональной формы сигнала.

В данной статье описан эффективный способ измерения времени пролета частиц между детекторами на выведенных пучках

ионов Нуклотрона-Н. Основным измеряемым параметром – определением временной привязки сигнала, находящейся на переднем фронте импульса. В основе предлагаемого подхода лежит интерполяция формы сигнала и его последующая двойная дифференциация. Обращение в ноль второй производной соответствует точкам перегиба. Далее выбирается одно решение путем отсеивания других решений на основе двух коэффициентов: длительности всего импульса и скорости возрастания переднего фронта импульса. Входные данные для метода – это массив точек оцифрованного сигнала.

Интерполяция сигнала

Исходными данными для метода определения временной привязки сигнала является сигнал, в нашем случае с периодом дискретизации в 8 нс. Длительность оцифрованной формы сигнала равна ~400 нс [1].

По оцифрованной форме сигнала подбираются интерполяционные формулы, на основании которых будет определена точка привязки.

Интерполяция производится с помощью кубических сплайнов [3]. Интерполяция кубическими сплайнами является частным случаем кусочно-полиномиальной интерполяции. В этом случае между любыми двумя соседними узлами функция интерполируется кубическим полиномом 3-й степени:

$$S_n(x) = s_{0n} + s_{1n}(x - x_n) + s_{2n}(x - x_n)^2 + s_{3n}(x - x_n)^3, \quad (1)$$

на интервале $x \in [x_n, x_{n+1}]$, где $n = 0, 1, \dots, N - 1$.

Коэффициенты на каждом интервале определяются из условий сопряжения в узлах:

- $S(x_n) = y_n$ для $i = 0, 1, \dots, N$;
- $S_n(x_{n+1}) = S_{n+1}(x_{n+1})$, для $n = 0, 1, \dots, N - 2$;
- $S'_n(x_{n+1}) = S'_{n+1}(x_{n+1})$, для $i = 0, 1, \dots, N - 2$;
- $S''_n(x_{n+1}) = S''_{n+1}(x_{n+1})$, для $i = 0, 1, \dots, N - 2$.

Пусть $m_k = S''(x_k)$ и $h_n = x_{n+1} - x_n$.
Получается уравнение:

$$S''(x) = \frac{m_n}{h_n}(x_{n+1} - x) + \frac{m_{n+1}}{h_n}(x - x_n), \quad (2)$$

на интервале $x_n \leq x \leq x_{n+1}$ где $n = 0, 1, \dots, N - 1$.

Пусть $d_n = \frac{y_{n+1} - y_n}{h_n}$ и $u_n = 6(d_n - d_{n-1})$.

После преобразований уравнения (2):

$$h_{n-1} \cdot m_{n-1} + 2(h_{n-1} + h_n)m_n + h_n \cdot m_{n+1} = u_n, \quad (3)$$

где $n = 1, 2, \dots, N - 1$.

Неизвестными в уравнении (3) являются m_n , а остальные члены являются константами. Следовательно, система является неопределенной системой из $N - 1$ линейных уравнений, включающих $N + 1$ неизвестных. Поэтому должны быть представлены еще два дополнительных уравнения. Можно использовать граничные условия, которые используются для исключения m_0 из первого уравнения и m_N из последнего уравнения. Широко используемые условия показаны в таблице.

Граничные условия

Описание условия	Значение m_0 и m_N
Фиксированный сплайн: значения $S'(x_0) S'(x_N)$ известны	$m_0 = \frac{3}{h_0}(d_0 - S'(x_0)) - \frac{m_1}{2}$ $m_N = \frac{3}{h_{N-1}}(S'(x_N) - d_{N-1}) - \frac{m_{N-1}}{2}$
Фиксированный сплайн: значения $S''(x_0) S''(x_N)$ известны	$m_0 = m_1$
Естественный сплайн	$m_0 = 0, m_N = 0$
Экстраполяция $S''(x)$ на границах	$m_0 = m_1 - \frac{h_0(m_2 - m_1)}{h_1}$ $m_N = m_{N-1} - \frac{h_{N-1}(m_{N-1} - m_{N-2})}{h_{N-2}}$
Параболически завершённый сплайн: $S''(x)$ константа на границах	$m_0 = m_1, m_N = m_{N-1}$

После выбора граничного условия, когда известно m_0 и m_N , то:

$$2(h_0 + h_1)m_1 + h_1 \cdot m_2 = u_1 - h_0 \cdot m_0, \quad (4)$$

когда $n = 1$.

$$h_{N-2} \cdot m_{N-2} + 2(h_{N-2} + h_{N-1})m_{N-1} = u_{N-1} - h_{N-1} \cdot m_{N-1}, \quad (5)$$

где $n = N - 1$.

Уравнения (4) (5) вместе с (3) при $n = 2, 3, \dots, N - 2$ образуют $N - 1$ линейных уравнений с коэффициентами m_1, m_2, \dots, m_{N-1} . Несмотря на выбранные граничные условия в таблице (1), можно переписать уравнения S_1 и S_{N-1} в (3) и получить трехдиагональную линейную систему уравнений вида $H \cdot M = V$, которая включает в себя:

$$\begin{bmatrix} b_1 & c_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ a_1 & b_2 & c_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & b_3 & c_3 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & c_{N-3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & b_{N-2} & c_{N-2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_{N-2} & b_{N-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ \dots \\ m_{N-2} \\ m_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \dots \\ u_{N-2} \\ u_{N-1} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Линейная система (6) со строгим диагональным преобладанием имеет одно единственное решение.

После нахождения коэффициентов m_n коэффициенты s_{j_n} для $S_n(x)$ могут быть вычислены с помощью формул (7) (8) (9) (10):

$$s_{0n} = y_n; \quad (7)$$

$$s_{1n} = d_n - \frac{h_n(m_n + m_{n+1})}{6}; \quad (8)$$

$$s_{2n} = \frac{m_n}{2}; \quad (9)$$

$$s_{3n} = \frac{m_{n+1} - m_n}{6h_n}. \quad (10)$$

Граничное условие выбирается исходя из входных данных. Так как чаще всего значения производных в начале и конце оцифрованной формы сигнала неизвестны, а при естественных граничных условиях увеличивается ошибка интерполяции, то были выбраны граничные условия типа «параболический завершённый сплайн».

При параболическом завершённом сплайне $S''''(x) = 0$ на интервале $[x_0, x_1]$ и $S''''(x) = 0$ на интервале $[x_{N-1}, x_N]$ система уравнений будет следующей:

$$(3h_0 + 2h_1)m_1 + h_1m_2 = u_1; \quad (11)$$

$$h_{n-1}m_{n-1} + 2(h_{n-1} + h_n)m_n +$$

$$+ h_n m_{n+1} = u_n; \quad (12)$$

$$h_{N-2}m_{N-2} + (2h_{N-1} + 3h_{N-1})m_{N-1} = u_{N-1}. \quad (13)$$

Дальше выбирается нужный период дискретизации p и с помощью полученных полиномов вычисляются значения сигнала в u_i с данным периодом:

$$y_i(n) = S(n), \quad (14)$$

где $n = 0, p, 2p, \dots, x_N$.

Расчет 1-й и 2-й производной

Для дальнейшего расчета также нужно иметь первую и вторую производные, чтобы найти точки перегиба функции сигнала [1]. Для этого используются найденные в предыдущем пункте интерполяционные полиномы 3-й степени. Далее высчитываются два массива с первой и второй производной:

$$y_i'(n) = S'(n), \quad (15)$$

где $n = 0, p, 2p, \dots, x_N$,

$$y_i''(n) = S''(n), \quad (16)$$

где $n = 0, p, 2p, \dots, x_N$.

Расчет точек перегиба

Следующая задача состоит в нахождении точек перегиба. Точки перегиба находятся с помощью второй производной [4]. В точках перегиба вторая производная равна нулю. Так как сигнал дискретный, то определяется точка, в которой знак второй производной меняется:

- при восходящем фронте:
 - $y_i''(x_n) > 0$;
 - $y_i''(x_{n+1}) < 0$;
- при нисходящем фронте:
 - $y_i''(x_n) < 0$;
 - $y_i''(x_{n+1}) > 0$.

Алгоритм поиска точек перегиба представлен на рис. 1. Для примера на рис. 2 показаны форма сигнала, функции первой и второй производной, рассчитанные по форме сигнала, и рассчитанные точки перегиба на переднем и заднем фронте.

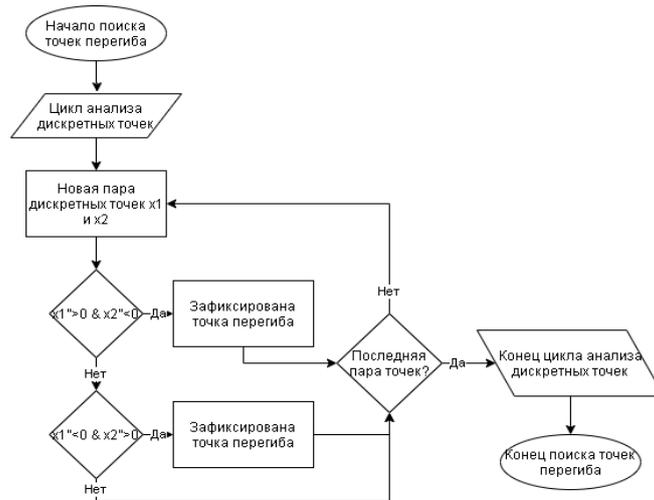


Рис. 1. Алгоритм нахождения точек перегиба

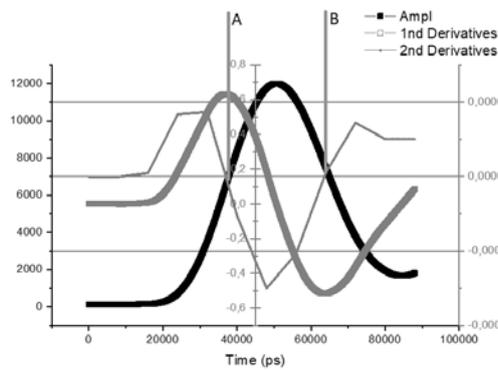


Рис. 2. Пример нахождения точек перегиба

На графике рис. 2 темной линией показан сигнал, серой линией показана 1-я производная сигнала, тонкой линией показана 2-я производная. Точка A обозначает точку перегиба переднего фронта, точка B – заднего фронта. В данном случае точек 1-го перегиба

только две, но из-за шумов в сигнале чаще всего точек перегиба больше двух (рис. 3). Так, на графике показаны точки перегиба в 45200, 85850, 109575, 133625, 157150, 181350, 204050, 300900 пс.

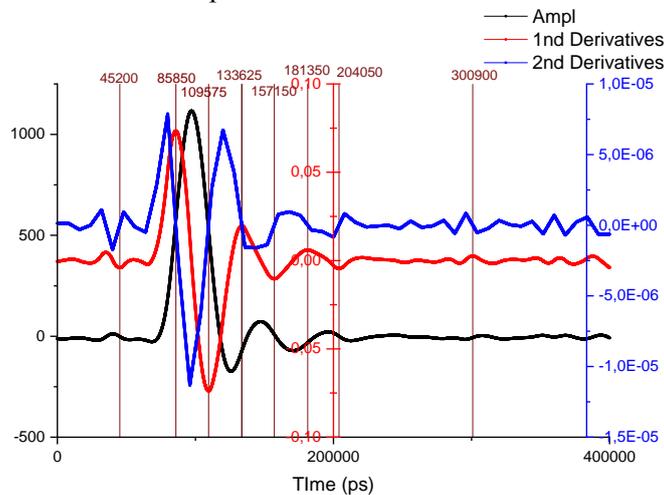


Рис. 3. Пример экспериментальных данных

Анализ точек перегиба на принадлежание к искомому импульсу

Следующим шагом является анализ полученных точек. Перед анализом данных задаются два коэффициента: cW и cA от 0 до 1 [1].

Коэффициент cW отвечает за минимальную длину импульса относительно длины всего оцифрованного сигнала. Длина iW найденного импульса должна быть $iW/mW > cW$, где mW – продолжительность данного события.

Коэффициент cA отвечает за минимальное значение первой производной точки начала импульса.

Первая производная iA импульса должна быть $iA/mA > cA$, где mA – максимальное значение 1-й производной в данном событии. Также выбирается тип сигнала: отрицательный или положительный. Алгоритм анализа представлен на рис. 4.

Алгоритм работает как для положительных, так и для отрицательных сигналов.

В результате получена таблица с точками привязки на переднем и заднем фронте импульсов из данных.

Была проведена серия экспериментов, в которой источником импульсов был генератор с разной амплитудой импульса [1]. Для примера приведена оцифрованная форма импульса с модуля *TQDC16VS-E* с периодом дискретизации в 8 нс на рис. 5.

Сигнал с генератора делился на два сигнала, которые подавались на входы модуля *TQDC16VS-E* [2] на два канала, один из которых задерживался на ~16 нс. Дальше измерялась разница времени прихода импульсов импульса между каналами. Точность определения времени прихода импульса устанавливается методом определения временной привязки. Полученное распределение разницы времени прихода импульса аппроксимировалось гауссом. Показателем точности в данном эксперименте является среднеквадратическое отклонение аппроксимирующей функции гаусса (σ). Полученные данные показаны на рис. 6.

По горизонтальной оси представлена амплитуда импульса. Как видно из графика на рис. 6, временное разрешение существенно зависит от амплитуды импульса. Начиная с 400 мВ, можно достигнуть временного разрешения лучше 50 пс. Отметим, что это разрешение не меняется с увеличением амплитуды импульса.

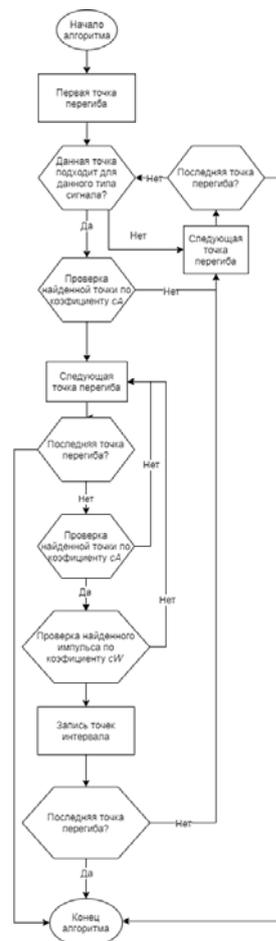


Рис. 4. Алгоритм анализа точек перегиба

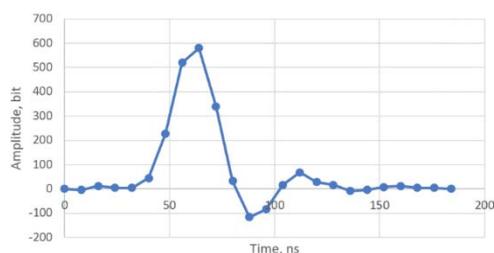


Рис. 5. Пример оцифрованного импульса

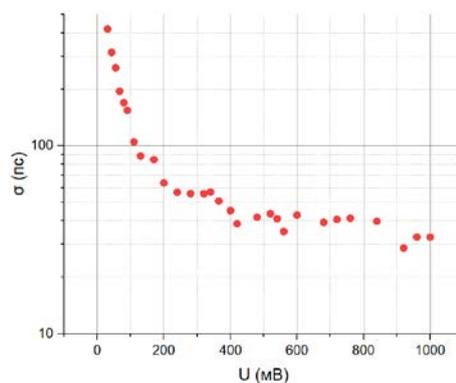


Рис. 6. Зависимость точности определения точки привязки от амплитуды импульса

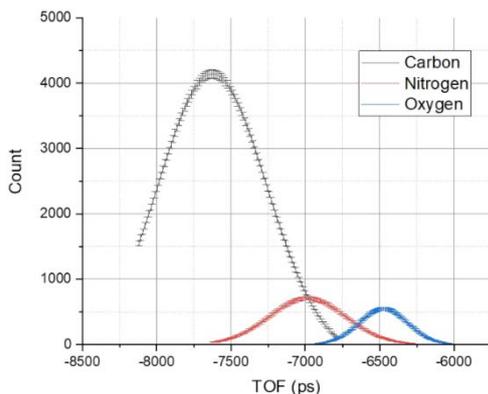


Рис. 7. Время пролета ионов углерода, азота и кислорода

Заключение

Разработанный метод позволяет получать пару точек, привязанных к переднему и заднему фронту импульса с коррекцией на его амплитуду.

Данный метод был успешно применен для изучения времяпролетных спектров ионов углерода, азота и кислорода одновременно ускоренных и выведенных из Нуклотрона-Н в 55-м сеансе 2018 г [1].

Авторы благодарны за обсуждение и помощь в проведении исследования О.В. Стрекаловскому – к.т.н., доценту кафедры физико-технических систем государственного университета «Дубна», ведущему инженеру

ОИЯИ; Ю.А. Трояну – магистру кафедры прикладной математики государственного университета «Дубна», инженеру-программисту ОИЯИ.

Библиографический список

1. Коровкин Д.С. Измерение состава пучка Нуклотрона методом $2\Delta E-T$ / Магистр. дисс. Дубна: Гос. ун-т «Дубна», 2020.
2. Документация по TQDC16 [Электронный ресурс]: Научно-экспериментальный отдел автоматизации физических исследований / ОИЯИ. – URL: <https://afi.jinr.ru/TQDC-16> (Режим доступа: свободный. Дата обращения: 25.05.2020).
3. Интерполяция кубическими сплайнами [Электронный ресурс]: Профессиональный информационно-аналитический ресурс. – URL: http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title=Интерполяция_кубическими_сплайнами (режим доступа: свободный. Дата обращения: 25.05.2020).
4. Выпуклость функции. Направление выпуклости. Точки перегиба. Условие выпуклости и перегиба. [Электронный ресурс]: Информационный ресурс о математике. – URL: http://www.cleverstudents.ru/functions/convexity_and_inflection_points.html (режим доступа: свободный. Дата обращения: 25.05.2020).
5. Смирнов А. А. Нуклотрон – новая технология сверхпроводящей магнитной системы Нуклотрона // Письма в ЭЧАЯ. 2004. № 6. С. 11–40.

Поступила в редакцию
28.08.2020