

УДК 530.225

В. А. Тайнов

Сеть доменных стенок как вакуум КХД: корреляционные функции и конфайнмент статических кварков

В рамках доменной модели вакуума КХД исследуются свойства статистического ансамбля почти всюду однородных абелевых (анти)самодуальных глюонных полей, представляющих в этой модели физический вакуум квантовой хромодинамики. Рассчитана двухточечная корреляционная функция плотности топологического заряда и найдена топологическая восприимчивость. Показано, что такие вакуумные поля обеспечивают выполнение закона площади для петли Вильсона, т.е. конфайнмент статических кварков.

Ключевые слова: квантовая хромодинамика, конфайнмент, эффективное действие, топологическая восприимчивость, кинк

Об авторах

Тайнов Владислав Александрович – магистрант кафедры фундаментальных проблем физики микромира государственного университета «Дубна», старший лаборант Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований. *E-mail:* tainov@theor.jinr.ru. 141980, Московская область, г.Дубна, ул. Жолио-Кюри, 6.

Формулировка модели вакуума квантовой хромодинамики (КХД), основанная на статистическом ансамбле почти всюду однородных абелевых (анти)самодуальных глюонных полей, играющих роль среднего поля в физическом вакууме КХД, восходит к работам [1; 2; 3; 4; 5], в которых было вычислено эффективное квантовое действие для однородного абелева (анти)самодуального глюонного поля в однопетлевом приближении [3; 4], в ренормгрупповом подходе [1] и на решетке [6] и исследованы конфайнмирующие свойства такой глюонной конфигурации [2; 3; 5]. В относительно недавней работе [7] эффективный потенциал был рассчитан в рамках существенно непертурбативного метода функциональной ренормгруппы. В этих работах были получены серьезные указания на то, что абелевы (анти)самодуальные глюонные поля могут обеспечивать глобальный минимум эффективного квантового действия КХД. Вместе с этим, как было замечено Леутвиллером [4] и затем исследовано детальнее Мильштейном и Пинелисом [5], это вакуумное по-

ле обеспечивает конфайнмент динамических кварков. Различные аспекты формирования бесцветных адронов в присутствии почти всюду однородного абелева (анти)самодуального поля исследовались в работах [8; 9; 10; 11; 12]. В работах [9; 10; 11; 12] было построено эффективное мезонное действие и на его основе рассчитаны массы всевозможных мезонов, включая возбужденные состояния, и ряд формфакторов. Этот подход оказался успешным с феноменологической точки зрения. С минимальным набором параметров (калибровочная константа связи и массы кварков в инфракрасном пределе, скалярный конденсат глюонного поля $\langle g^2 F^2 \rangle$ и средний размер области однородности вакуумного поля) массы и константы распадов мезонов из всех областей спектра (легкие, тяжело-легкие и тяжелые кварконии) были описаны с высокой точностью. Таким образом, были получены серьезные основания считать, что рассматриваемый класс вакуумных полей позволяет развить формализм среднего поля для одновременного описания конфайнмента, реализации киральной симметрии и адронизации.

Дальнейшее развитие этого подхода

требует более детального описания свойств ансамбля вакуумных полей, в частности, построение явного формализма для вычисления корреляционных функций вакуумных полей. В работах [13; 14; 15] в рамках подхода Гинзбурга – Ландау к эффективному квантовому действию КХД было получено представление ансамбля почти всюду однородных абелевых (анти)самодуальных полей в форме сетей доменных стенок. По сути единственное предположение при этом состоит в постулировании ненулевого скалярного конденсата $\langle g^2 F^2 \rangle$ в физическом вакууме КХД. Такое представление позволяет поставить задачу исследования свойств ансамбля вакуумных полей посредством явных вычислений. В общем случае решение этой задачи требует численных расчетов многомерных интегралов по всем конфигурациям сети доменных стенок. В приближении невзаимодействующих доменных стенок (в одномерной системе) или доменов (в многомерном случае), которое представляется обоснованным для бесконечно тонких стенок, многомерные интегралы могут быть вычислены аналитически.

Настоящая работа посвящена аналитическому расчету корреляционных функций в одномерной и четырехмерной сети доменных стенок. Рассчитана двухточечная корреляционная функция плотности топологического заряда и найдена топологическая восприимчивость сети доменных стенок как функция плотности. Продемонстрировано выполнение закона площади для петли Вильсона, что указывает на конфайнмент статических кварков. Эти результаты качественно согласуются с грубыми оценками корреляционных функций и петли Вильсона, сделанными в работе [10] для ансамбля сферических доменов, при этом делая явными как постановку задачи, так и само вычисление.

В разделе 1 обсуждается квантовое эффективное действие КХД и его глобальные минимумы. В разделе 2 изучается одномерный и четырехмерный ансамбль сетей невзаимодействующих доменных стенок. Раздел 3 посвящен вычислению потенциала между статическими кварками для ансамбля гиперку-

бических доменов.

1. Сеть доменных стенок как вакуум КХД

Феноменология сильных взаимодействий требует существования ненулевых глюонных, кварковых и смешанных конденсатов в вакууме КХД. Возможность их формирования, в частности, ненулевого глюонного конденсата $\langle g^2 F^2 \rangle$, должна быть обеспечена выбором подходящих условий на функциональное пространство калибровочных полей в Евклидовом функциональном интеграле [3; 15; 18]. В частности, исходное, до фиксации калибровки, представление может быть определено как [15]

$$Z = N \int_{\mathcal{F}} DA \int_{\Psi} D\psi D\bar{\psi} \exp\{-S[A, \psi, \bar{\psi}]\},$$

$$\mathcal{F} = \left\{ A : \lim_{V \rightarrow \infty} \int_V \frac{d^4x}{V} g^2 F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a = B^2 \right\}, \quad (1)$$

где, как требует условие (1), функциональное пространство \mathcal{F} в общем случае содержит поля с ненулевой почти всюду в R^4 напряженностью, а пространство Ψ содержит квадратично интегрируемые кварковые поля.

Для постановки задачи о самосогласованном среднем поле, ответственном за конденсат, представим общее калибровочное поле в виде суммы фонового среднего поля B_μ^a , удовлетворяющего условию (1), и квадратично интегрируемых флуктуаций Q_μ^a , удовлетворяющих фоновому калибровочному условию

$$A_\mu^a = B_\mu^a + Q_\mu^a, \quad D_\mu^{ab}(B)Q_\mu^b = 0. \quad (2)$$

Фиксация калибровки полей флуктуаций и разделение (2) в функциональном интеграле определяют эффективное действие $S_{\text{eff}}[B]$ для среднего поля:

$$Z = N' \int_{\mathcal{B}} DB \int_{\Psi} D\psi D\bar{\psi} \int_{\mathcal{Q}} DQ \times$$

$$\times \det[\mathcal{D}(B)\mathcal{D}(B+Q)] \delta[\mathcal{D}(B)Q] \times$$

$$\times e^{-S_{\text{QCD}}[B+Q, \psi, \bar{\psi}]} =$$

$$= N'' \int_{\mathcal{B}} DB \exp\{-S_{\text{eff}}[B]\},$$

глобальный минимум которого определяет основное состояние системы. Как уже было отмечено, доступные в настоящее время результаты вычисления эффективного действия для полей B_μ^a с постоянной напряженностью [1; 3; 7] указывают на ковариантно постоянное абелево (анти)самодуальное поле как конфигурацию среднего поля, минимизирующую эффективное действие. Дополнительная информация о вакуумных конфигурациях калибровочного поля была получена из рассмотрения свойств эффективного лагранжиана в подходе типа Гинзбурга – Ландау [12; 13; 14]:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = -\frac{1}{4\Lambda^2} \left(D_\nu^{ab} F_{\rho\mu}^b D_\nu^{ac} F_{\rho\mu}^c + D_\mu^{ab} F_{\nu\rho}^b D_\rho^{ac} F_{\nu\rho}^c \right) - U_{\text{eff}}, \quad (3)$$

$$U_{\text{eff}} = \frac{\Lambda^4}{12} \text{Tr} \left(C_1 \check{f}^2 + \frac{4}{3} C_2 \check{f}^4 - \frac{16}{9} C_3 \check{f}^6 \right),$$

где Λ – некоторый масштаб, и

$$\begin{aligned} D_\mu^{ab} &= \delta^{ab} \partial_\mu - i \check{A}_\mu^{ab} = \partial_\mu - i A_\mu^c (t^c)^{ab}, \\ F_{\mu\nu}^a &= \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + i f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \\ \check{F}_{\mu\nu} &= F_{\mu\nu}^a t^a, \quad t_{bc}^a = -i f^{abc}, \\ \check{f}_{\mu\nu} &= T^a F_{\mu\nu}^a / \Lambda^2, \\ C_1 > 0, \quad C_2 > 0, \quad C_3 > 0. \end{aligned}$$

Этот лагранжиан удовлетворяет всем симметриям КХД, за исключением масштабной инвариантности. Знаки констант C_1, C_2, C_3 выбираются таким образом, чтобы обеспечить минимум \mathcal{L}_{eff} при ненулевом значении скалярного глюонного конденсата. Глобальный минимум достигается для полей с постоянной напряженностью, рассмотрение которых показывает [12; 13], что абелевы ковариантно постоянные поля вида

$$\check{B}_\mu = -\frac{1}{2} \check{n} B_{\mu\nu} x_\nu, \quad (4)$$

$$\check{n} = T^3 \cos(\xi) + T^8 \sin(\xi) \quad (5)$$

обеспечивают меньшее значение лагранжиана, нежели неабелевы поля с постоянным векторным потенциалом $B_\mu^a = \text{const}$. Подставляя абелево поле (4) в лагранжиан и обозначая хромоматричное \mathbf{e} и хромоматричное

\mathbf{h} поля как

$$\begin{aligned} e_i &= \frac{F_{4i}}{\Lambda^2}, \quad h_i = \frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} \frac{F_{jk}}{\Lambda^2}, \\ \mathbf{e}^2 + \mathbf{h}^2 &= 2b^2, \quad \mathbf{e}\mathbf{h} = b^2 \cos \omega, \end{aligned}$$

получаем

$$U_{\text{eff}} = \Lambda^4 \left\{ -C_1 b^2 + C_2 b^4 (1 + \sin^2 \omega) + \frac{1}{9} C_3 b^6 (10 + \cos 6\xi) (1 + 3 \sin^2 \omega) \right\}.$$

Из этого выражения видно, что минимум потенциала достигается на самодуальных полях ($\omega = k\pi$) при $\xi = (2l + 1)\pi/6$, что проиллюстрировано на рис. 1. Предположение о существовании ненулевого скалярного глюонного конденсата ведет к существованию периодической системы вырожденных минимумов эффективного потенциала, в каждом из которых нарушена пространственная четность и дискретная группа вейлевских отражений. Теоретико-групповое рассмотрение симметричных аспектов такого нарушения подробно рассмотрено в работе [14].

С точностью до периодичности для калибровочной группы $SU(3)$ имеется шесть различных значений угла ξ и два значения угла ω , соответствующие двенадцати различным вырожденным глобальным минимумам эффективного действия. Минимумы связаны дискретными преобразованиями четности и отражениями Вейля, поэтому для лагранжиана (3) уравнения движения на угловые переменные ω и ξ имеют решения в форме солитонов (в пространстве Минковского) и кинков (в евклидовом пространстве).

В настоящей работе исследован простейший частный случай, когда значение напряженности глюонного поля и «калибровочный» угол ξ принимают вакуумные значения $b_{vac} = \text{const}$ и $\xi = \text{const}$, а угол между хромоматричным и хромоматричным полями может меняться от точки к точке в евклидовом пространстве-времени $\omega = \omega(x)$, что соответствует изменению плотности топологического заряда $Q(x)$, который пропорционален $\cos(\omega)$:

$$Q(x) = \frac{g^2}{32\pi^2} \check{F}_{\mu\nu} F_{\mu\nu} = \frac{\Lambda^4}{32\pi^2} b_{vac}^2 \cos \omega(x). \quad (6)$$

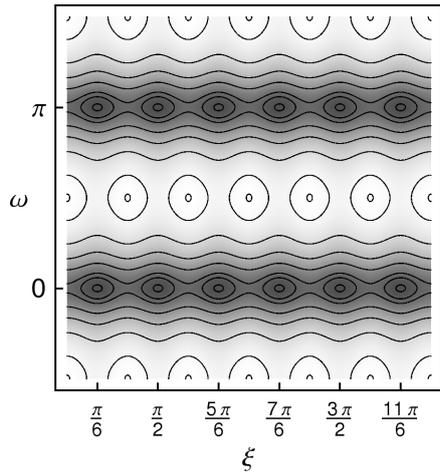


Рис. 1. Эффективный потенциал U_{eff} как функция угла ω между хромозлектрической и хромагнитной компонентами глюонного поля и угла ξ . Минимумы, обозначенные темно-серым цветом, образуют периодическую структуру [12]

В этом случае лагранжиан принимает вид

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \frac{1}{2} \Lambda^2 b_{\text{vac}}^2 (\partial_\nu \omega \partial_\nu \omega + \mu^2 \sin^2 \omega).$$

Уравнение движения для поля $\omega(x)$ является хорошо изученным уравнением синус-Гордона,

$$\partial^2 \omega = \frac{\mu^2}{2} \sin 2\omega, \quad \mu^2 = 2b_{\text{vac}}^2 \Lambda^2 (C_2 + 3C_3 b_{\text{vac}}^2),$$

имеющим решение в виде кинка

$$\omega(x) = 2 \arctan (\exp(\mu(\eta_\nu x_\nu - q))), \quad (7)$$

описывающего плоскую доменную стенку, ортогональную единичному 4-вектору η и расположенную на расстоянии q (вдоль η) от начала координат в некоторой системе отсчета. Заметим, что в четырехмерном пространстве это решение само по себе не характеризуется топологической стабильностью, но может стабилизироваться топологическими дефектами более низкой размерности, а также из-за влияния квазинулевых фермионных (кварковых) мод. Далее будут рассмотрены свойства сетей доменных стенок аналогично тому, как это делается в физике сплошных сред (см. [19]).

Сеть N доменных стенок представим как аддитивную суперпозицию кинков, имеющих всевозможные ориентации η_i и положения q_i

$$\omega(x|N) = \sum_{i=1}^N \omega_i(x), \quad (8)$$

$$\omega_i(x) = 2 \arctan \exp(\mu(\eta_i^\nu x_\nu - q_i)),$$

где μ – обратная ширина, одинаковая для всех доменных стенок в суперпозиции. Далее все размерные физические величины приводятся в единицах степеней масштаба Λ . В термодинамическом пределе,

$$N \rightarrow \infty, \quad V \rightarrow \infty, \quad \rho = N/V = \text{const},$$

статистическая сумма для сети доменных стенок имеет вид

$$Z = \mathcal{N} \lim_{N,V \rightarrow \infty} \prod_{j=1}^N \int_V \frac{d^4 q_j}{V} \exp \left\{ -S^{(N)}(q) \right\}.$$

Действие для сети доменных стенок может быть представлено в виде суммы

$$S^{(N)} = S_0^{(N)} + S_{\text{int}}^{(N)},$$

$$S_0^{(N)} = \sum_{i=1}^N \int_V d^4 x \mathcal{L}_i(x),$$

$$S_{\text{int}}^{(N)} = \int_V d^4 x \left[\mathcal{L}(x) - \sum_{i=1}^N \mathcal{L}_i(x) \right],$$

$$\mathcal{L}_i = \frac{b_{\text{vac}}^2}{2} ([\partial_\nu \omega_i(x)]^2 + \mu^2 \sin^2 \omega_i(x)),$$

$$\mathcal{L} = \frac{b_{\text{vac}}^2}{2} ([\partial_\nu \omega(x|N)]^2 + \mu^2 \sin^2 \omega(x|N)),$$

где $\omega(x|N)$ определена в (8).

Нетрудно убедиться, что для очень тонких стенок ($\mu \gg 1$) часть действия $S_{\text{int}}^{(N)}$ очень мала по сравнению с $S_0^{(N)}$ для конфигураций сети, в которой координаты q_i^μ не совпадают для любых двух и более доменных стенок. В пределе бесконечно тонких стенок $S_{\text{int}}^{(N)}$ по сути дела описывает контактное, т.е. отличное от нуля только при совпадении их координат, взаимодействие между стенками, а

$S_0^{(N)}$ представляет собой действие для не взаимодействующей системы N доменных стенок. Далее, $S_{\text{int}}^{(N)}$ в свою очередь может быть представлено как сумма действий, описывающих только парное, тройное и тому подобное взаимодействие стенок. Такая иерархия может быть положена в основу схемы аналитического вычисления статистической суммы и корреляционных функций в статистической системе сетей доменных стенок. В настоящей работе исследуется низшее приближение не взаимодействующих стенок, соответствующее $S_0^{(N)}$.

2. Система не взаимодействующих доменных стенок: двухточечные корреляции

Статистическая сумма N не взаимодействующих доменных стенок имеет факторизованную по одиночным стенкам форму

$$Z_0(N, V) = \prod_{j=1}^N \int_V \frac{d^4 q_j}{V} \exp \{-S_V(q_j)\}.$$

Действие одиночной стенки легко вычисляется и в термодинамическом пределе не зависит от ее координат. В итоге получаем

$$Z_0(N, V) = \exp \{-2b_{\text{vac}}^2 \rho \mu V\},$$

где ρ – плотность доменных стенок; V – четырехмерный объем.

Рассмотрим двухточечную корреляционную функцию плотности топологического заряда

$$G(x-y) = \lim_{N, V \rightarrow \infty} Z_0^{-1}(N, V) \times \prod_{j=1}^N \int_V \frac{d^4 q_j}{V} Q(x|N) Q(y|N) e^{-S_0^{(N)}}.$$

Здесь $Q(x|N)$ определяется в (6) с заменой $\omega(x)$ на суперпозицию $\omega(x|N)$.

Пользуясь тем, что при $\mu \rightarrow \infty$

$$\cos \omega(x, N) \cos \omega(y, N) \approx \prod_{j=1}^N \cos \omega_j(x) \cos \omega_j(y),$$

получаем в пределе $\mu \rightarrow \infty$

$$G(x-y) = \lim_{N, V \rightarrow \infty} \left(\int_V \frac{d^4 q}{V} Q(x) Q(y) \right)^N.$$

Интеграл по координатам q можно вычислить аналитически, после чего, подставляя соотношение $N = \rho \cdot V$ и пользуясь вторым замечательным пределом для вычисления термодинамического предела, находим корреляционную функцию.

Интересно привести результат для одномерного случая, когда все доменные стенки параллельны друг другу:

$$G(x) = C \exp \{-2\rho x \coth(\mu x)\}.$$

График нормированной в нуле двухточечной корреляционной функции $G(x)$ для одномерно упорядоченной системы стенок приведен на рис. 2 (слева) для двух значений плотности ρ при фиксированной ширине доменной стенки.

При $\mu|x| \gg 1$ корреляционная функция $G(x)$ представляет собой убывающую экспоненту

$$G(x) \propto \exp \{-2\rho|x|\}.$$

Для общего случая неупорядоченных стенок аналогичное вычисление дает следующий результат для коррелятора плотности топологического заряда:

$$G(r) = C \exp \left\{ -\frac{\rho}{480\pi\mu^4} \int_{-1}^1 dt \sqrt{1-t^2} \times \right. \\ \left. \times \coth(\mu r t) [720\text{Li}_4(-e^{-2\mu r t}) + 7\pi^4] \right\}, \\ r = |x-y|.$$

График нормированной двухточечной корреляционной функции $G(r)$ изображен на рис. 2 (справа) для двух значений плотности ρ при фиксированной ширине доменной стенки. С ростом плотности длина корреляции уменьшается. При $\mu r \gg 1$ эта корреляционная функция очень быстро убывает, быстрее экспоненты от любой степени расстояния r :

$$G(r) \propto \exp \left\{ -\frac{\rho e^{2\mu r}}{1920\sqrt{\pi}\mu^{11/2}r^{3/2}} \left[1 + O\left(\frac{1}{\mu r}\right) \right] \right\}.$$

Топологическая восприимчивость системы определяется интегралом

$$\chi = \int_V d^4 x G(x).$$

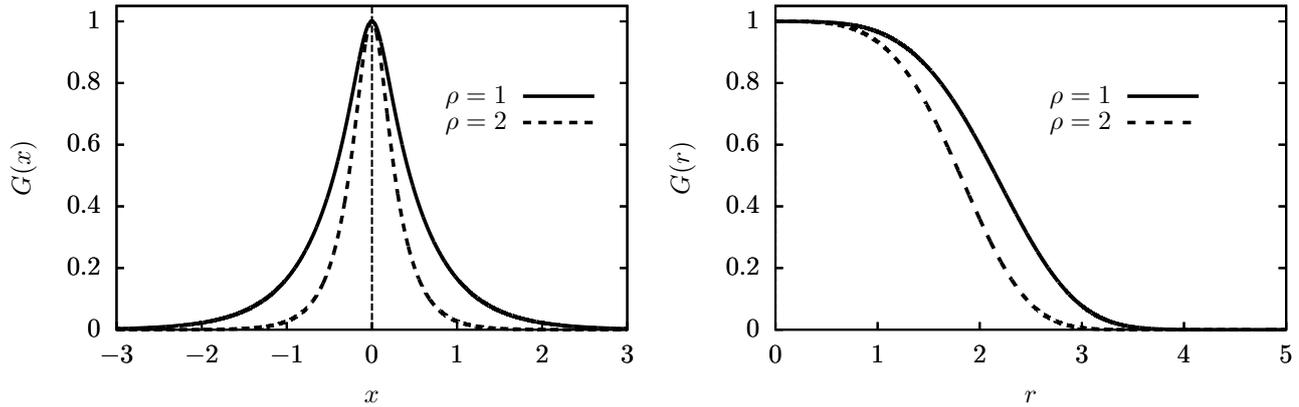


Рис. 2. Нормированная двухточечная корреляционная функция плотности топологического заряда для одномерной (слева) и четырехмерной (справа) сети доменных стенок для плотностей $\rho = 1$ (сплошная линия) и $\rho = 5$ (пунктирная линия) и обратной ширины $\mu = 10$

На рис. 3. показана зависимость топологической восприимчивости от плотности доменных стенок. При стремлении плотности доменных стенок к нулю топологическая восприимчивость неограниченно растёт, что связано со стремлением в этом пределе корреляционной длины к бесконечности.

3. Закон площади для петли Вильсона

Для вычисления петли Вильсона минимальным элементом является не одиночная доменная стенка, а суперпозиция восьми стенок, формирующая домен. Почти гиперкубическая четырехмерная область антисамодуального поля с центром в точке z и окруженная самодуальным полем, т.е. антисамодуальный домен, может быть построена в виде [15]:

$$\omega(x, z) = \pi \prod_{\nu=1}^4 \zeta(-x_\nu + z_\nu + a)\zeta(x_\nu - z_\nu + a),$$

$$\zeta(x) = \frac{2}{\pi} \arctan \exp(\mu(\eta^\nu x_\nu - q)).$$

Ансамбль N гиперкубических доменов состоит из всевозможных суперпозиций вида

$$\omega(x, z) = \pi \sum_{i=1}^N \prod_{\nu=1}^4 \zeta(-x_\nu + z_\nu^i + a_i/2) \times \zeta(x_\nu - z_\nu^i + a_i/2). \tag{9}$$

На рис. 4 (слева) представлена двумерная проекция $\cos \omega(x, z)$, т.е. по сути плотности топологического заряда, для суперпозиции доменов. Белый и черный цвета соответствуют самодуальному и антисамодуальному полям соответственно.

Дальнейшее вычисление будет проведено для идеализированного ансамбля доменов, показанного на правом рис. 4, все домены имеют форму одинаковых гиперкубов.

Выражение для петли Вильсона запишем в виде

$$W(L, T) = \prod_{i=1}^N \int_V \frac{d^4 z^i}{V} \int_0^\infty da_i \xi(a_i) \times \int d\sigma_i Tr \exp \left[i \int_\Sigma d\sigma_{\mu\nu}(x) \hat{B}_{\mu\nu}(x) \right],$$

где сглаживающая функция $\xi(a)$, например

$$\xi(a) = \exp \{ -\kappa(a - \bar{a})^2 \},$$

введена с целью моделирования отклонения формы доменов от строго гиперкубической. Здесь параметр \bar{a} задает характерный размер домена. Мера интегрирования $d\sigma_i$ суммирует всевозможные конфигурации почти однород-

ного поля внутри доменов,

$$\int d\sigma_i = \frac{1}{24} \int_0^\pi d\omega_i \sum_{k=0}^1 \delta(\omega_i - \pi k) \times \\ \times \int_0^{2\pi} d\xi_i \sum_{l=0}^5 \delta\left(\xi_i - (2l+1)\frac{\pi}{6}\right).$$

Тензор напряженности для данной конфигурации имеет вид

$$\hat{B}_{\mu\nu}(x) = \sum_{k=1}^N \hat{n}^{(k)} B_{\mu\nu}^{(k)} \chi(x - z_k). \quad (10)$$

Характеристическая функция $\chi(x - z_k)$ соответствует гиперкубическим доменам. Контур Σ выбирается прямоугольным в плоскости (x_3, x_4) с размером по временной оси x_4 равным T , по пространственному измерению $-L$.

Рассмотрим случай цветовой группы $SU(2)$, для которой $\hat{n}^{(k)} = \tau_3$. Вычисление следа цветных матриц дает

$$\frac{1}{2} \text{Tr} \exp\left(i \int_{\Sigma} d\sigma_{\mu\nu}(x) \hat{B}_{\mu\nu}(x)\right) = \\ = \cos\left(\frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \int_{\Sigma} d\sigma_{\mu\nu}(x) B_{\mu\nu}^{(k)} \chi(x - z_k)\right).$$

Удобно обозначить

$$J_{\mu\nu}(z_k) = \int_{\Sigma} d\sigma_{\mu\nu}(x) \chi(x - z_k).$$

Так как контур петли Вильсона лежит в плоскости (x_3, x_4) , то ненулевые компоненты $J_{\mu\nu}$ имеют вид

$$J_{34}(z) = -J_{43}(z) = \\ = \int_{-L/2}^{L/2} dx_3 \int_{-T/2}^{T/2} dx_4 \chi(x - z).$$

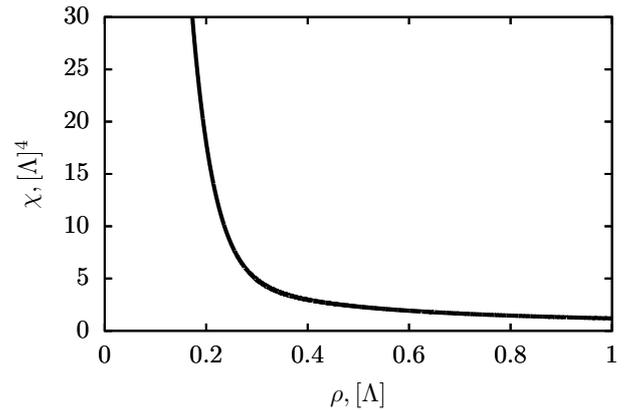


Рис. 3. Зависимость топологической восприимчивости χ от плотности доменных стенок ρ при обратной ширине доменной стенки $\mu = 10$

Характеристическая функция $\chi(x - z)$ в приближении бесконечно тонких доменных стенок в выражении (9) имеет вид

$$\chi(x - z) = \theta(-z_1 + a/2) \theta(z_1 + a/2) \times \\ \times \theta(-z_2 + a/2) \theta(z_2 + a/2) \times \\ \times \theta(x_3 - z_3 + a/2) \theta(-x_3 + z_3 + a/2) \times \\ \times \theta(x_4 - z_4 + a/2) \theta(-x_4 + z_4 + a/2).$$

Тогда

$$B_{\mu\nu} J_{\mu\nu}(z) = 2b_{vac} J_{34}(z) \cos \omega$$

и

$$\int d\sigma \cos \{b_{vac} J_{34}(z) \cos \omega\} = \frac{1}{2} \cos \{b_{vac} J_{34}(z)\}.$$

Петля Вильсона в термодинамическом пределе принимает вид

$$W(L, T) = \lim_{V, N \rightarrow \infty} \left[\int_V \frac{d^4 z}{V} \times \right. \\ \left. \times \int_0^\infty da \xi(a) \cos \{b_{vac} J_{34}(z)\} \right]^N.$$

Размер контура петли Вильсона должен превышать максимальный размер домена. В связи с этим интегрирование по z происходит по домену, охваченному контуром петли

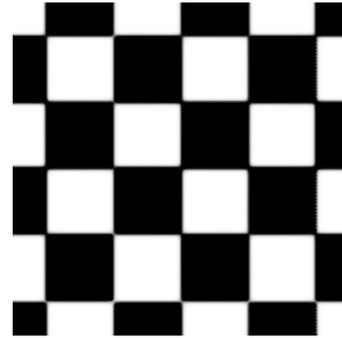
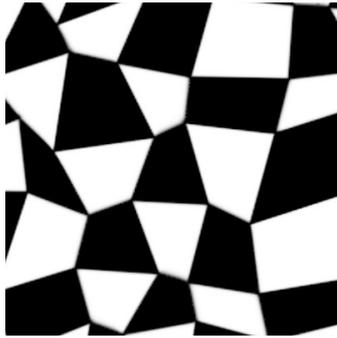


Рис. 4. Двумерная проекция плотности топологического заряда $Q(x)$. Белый и черный цвета соответствуют Абелеву самодуальному и антисамодуальному глюонным полям соответственно. Левый рисунок – суперпозиция кинков (7), правый – идеализированное представление этой суперпозиции (10)

Вильсона, и по объёму вне домена. Интегрирование вне объёма даёт единицу с учётом нормировки, и мы получаем

$$W(L, T) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[1 - \frac{T}{N} U(L) \right]^N = e^{-T U(L)},$$

$$U(L) = \frac{1}{a^4 T} \int_0^\infty da \xi(a) \int_{-a/2}^{a/2} dz_1 \times \\ \times \int_{-a/2}^{a/2} dz_2 \int_{-(L+a)/2}^{(L+a)/2} dz_3 \times \\ \times \int_{-(T+a)/2}^{(T+a)/2} dz_4 \sin^2 \left(\frac{b_{vac}}{2} J_{34}(\{z\}) \right).$$

Проекция домена, лежащая в плоскости контура петли Вильсона, может как частично пересекать контур, так и быть полностью охваченной им. Таким образом, выполнив необходимые интегрирования, получим для потенциала $U(L)$ следующее выражение:

$$U(L) = \sigma(\bar{a})L + \text{const},$$

со струнной константой

$$\sigma(\bar{a}) = \int_0^\infty \frac{da}{a^2} \sin^2 \left(\frac{1}{2} a^2 b_{vac} \right) e^{-\kappa(a-\bar{a})^2},$$

что демонстрирует выполнение закона площади для петли Вильсона и, следовательно, конфайнмент статических цветных зарядов в фундаментальном представлении. На рис.

5 изображена зависимость струнной константы σ от характерного размера домена \bar{a} для $b_{vac} = 1, \kappa = 10$.

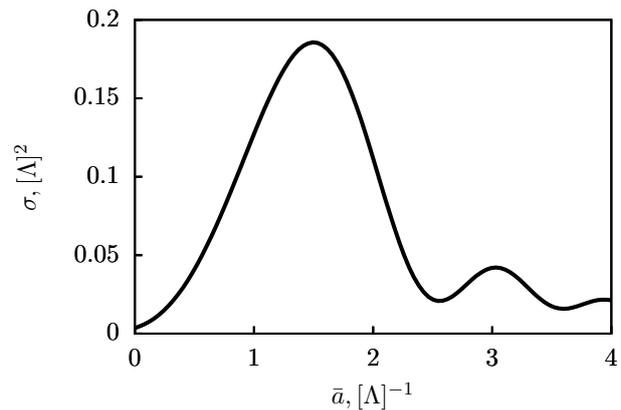


Рис. 5. Зависимость струнной константы σ от характерного размера домена \bar{a} для $b_{vac} = 1, \kappa = 10$

Заключение

В приближении невзаимодействующих доменных стенок исследованы статистические свойства ансамбля почти всюду однородных Абелевых (анти)самодуальных полей, построенного в работе [15] как мультипликативная и аддитивная суперпозиция решений уравнения синус-Гордона. Домен формируется как мультипликативная суперпозиция доменных стенок. Аналитически вычислены двухточечная корреляционная функция плот-

ности топологического заряда и топологическая восприимчивость сетей доменных стенок. Показано, что выполняется закон площади для петли Вильсона, что демонстрирует конфинмент статических кварков в вакууме КХД, представленном сетью доменных стенок. Линейный потенциал $U(L)$ получен для прямоугольного контура петли Вильсона. Струнная константа имеет максимум при некотором характерном размере домена. Похожая зависимость струнной константы была получена в работе [16], где рассматривалась достаточно грубая модель гиперсферических доменов, а контур петли Вильсона был взят в форме окружности. Результат настоящей работы существенно дополняет и улучшает качественные оценки, полученные в работе [16].

Благодарности

Автор выражает благодарность С.Н. Неделько за постановку задачи, важные предложения в процессе работы и ценные критические замечания при написании настоящей статьи, а также выражает признательность В.Э. Воронину за полезные обсуждения.

Библиографический список

1. Pagels H., Tomboulis E. Vacuum of the Quantum Yang-Mills Theory and Magnetostatics // Nucl. Phys. B 1978. V. 143. P. 485.
2. Minkowski P. On the Ground State Expectation Value of the Field Strength Bilinear in Gauge Theories and Constant Classical Fields // Nucl. Phys. B. 1981. V. 177. P. 203.
3. Leutwyler H. Constant Gauge Fields and their Quantum Fluctuations // Nucl. Phys. B. 1981. V. 179. P. 129.
4. Leutwyler H. Vacuum Fluctuations Surrounding Soft Gluon Fields // Phys. Lett. B. 1980. V. 96. P. 154.
5. Milstein A.I., Pinelis Yu.F. Properties of the photon polarization operator in a long-wave vacuum field in QCD // Phys. Lett. B. 1984. V. 137. P. 235.
6. Trottier H.D., Woloshyn R.M. The Savvidy «ferromagnetic vacuum» in three-dimensional lattice gauge theory // Phys. Rev. Lett. 1993. V. 70. P. 2053.
7. Eichhorn A., Gies H., Pawłowski J. M. Gluon condensation and scaling exponents for the propagators in Yang-Mills theory // Phys. Rev. D. 2011. V. 83. P. 045014.
8. Leutwyler H., Stern J. Harmonic Confinement: A Fully Relativistic Approximation to the Meson Spectrum // Phys. Lett. B. 1978. V. 73.; Phys. Lett. B. 1978. V. 77.
9. Efimov G.V., Nedelko S.N. Nambu-Jona-Lasinio model with the homogeneous background gluon field // Phys. Rev. D. 1995. V. 51. P. 176.
10. Kalloniatis A.C., Nedelko S.N. Realization of chiral symmetry in the domain model of QCD // Phys. Rev. D. 2004. V. 69. P. 074029.
11. Nedelko S.N., Voronin V.E. Regge spectra of excited mesons, harmonic confinement and QCD vacuum structure // Phys. Rev. D. 2016. V. 93. P. 94010.
12. Nedelko S.N., Voronin V.E. Influence of confining gluon configurations on the $P \rightarrow \gamma^* \gamma$ transition form factors // Phys. Rev. D. 2017. V. 95. P. 074038.
13. Galilo B.V., Nedelko S.N. Weyl group, CP and the kink-like field configurations in the effective $SU(3)$ gauge theory // Phys. Part. Nucl. Lett. 2011. V. 8. P. 67.
14. George D.P., Ram A., Thompson J.E., Volkas R.R. Symmetry breaking, subgroup embeddings and the Weyl group // Phys. Rev. D. 2013. V. 87. P. 105009.
15. Nedelko S.N., Voronin V.E. Domain wall network as QCD vacuum and the chromomagnetic trap formation under extreme conditions // Eur. Phys. J. 2015. V. A 51. P. 45.

16. Kalloniatis A.C., Nedelko S.N. Confinement and chiral symmetry breaking via domain-like structures in the QCD vacuum // Phys. Rev. D. 2001. V. 64. P. 114025.
17. Kalloniatis A.C., Nedelko S.N. Poincare recurrence theorem and the strong CP-problem // Phys. Rev. D. 2006. V. 73. P. 034006.
18. Faddeev L.D. Mass in Quantum Yang-Mills Theory: Comment on a Clay Millenium problem // arXiv:0911.1013 [math-ph] (2009).
19. Vachaspati T. Kinks and domain walls (Cambridge University Press, 2010).

Поступила в редакцию
26.12.2019