### УДК 539.14

## М. А. Мардыбан, Д. А. Сазонов, Е. А. Колганова, Р. В. Джолос

# Исследование изменения формы ядер <sup>96</sup>Zn и <sup>96</sup>Mo с ростом энергии возбуждения

Наблюдаемые свойства низколежащих коллективных возбуждений <sup>96</sup>Zn и <sup>96</sup>Mo исследованы в рамках коллективной квадрупольной модели ядра с гамильтонианом Бора, потенциальная энергия которого имеет два минимума – сферический и деформированный. Получено удовлетворительное описание энергий возбуждения и вероятностей E2 переходов. Показано, что в случае <sup>96</sup>Zn оба минимума имеют достаточно больиую глубину, тогда как в случае <sup>96</sup>Mo деформированный минимум лишь намечен.

Ключевые слова: структура ядра, коллективный гамильтониан, квадрупольная деформация

#### Об авторах

Мардыбан Мария Александровна – студент-магистр кафедры фундаментальных проблем физики макромира государственного университета «Дубна». *E-mail*: makhnovetsm@mail.ru. 141981, Московская область, г. Дубна, ул. Университетская, д. 19.

Сазонов Дмитрий Андреевич – аспирант кафедры системного анализа и управления государственного университета «Дубна».

Колганова Елена Александровна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры фундаментальных проблем физики макромира государственного университета «Дубна».

Джолос Ростислав Владимирович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры ядерной физики государственного университета «Дубна».

При исследовании ядер, сосредоточенных в областях между магическими числами, может наблюдаться значительное изменение формы ядра при увеличении энергии возбуждения. Это обусловлено тем, что с увеличением энергии возбуждения увеличивается количество валентных нуклонов или «дырок» в недозаполненных оболочках [20; 3; 6]. Такие ядра стали предметом интенсивных экспериментальных и теоретических исследований в обширной области карты нуклидов.

Описание процессов деформации ядер удобно производить в рамках коллективной модели ядра. Основная идея коллективной модели заключается в том, что огромное количество степеней свободы ядра как многочастичной квантовой системы объединяется в коллективные моды, играющие основную роль в описании свойств ядра при низких энергиях. После определения коллективных мод возбуждения в геометрической коллективной модели строится коллективный гамильтониан (гамильтониан Бора), который в свою очередь состоит из потенциала ядра, зависящего от коллективных переменных, энергии вращения и кинетической энергии коллективного движения.

Как правило, изменения форм ядер с ростом энергии возбуждения во многих цепочках изотопов и изотонов происходят достаточно плавно, однако экспериментально обнаружено резкое изменение формы некоторых изотопов. Нетипичное изменение формы отображает специфику ядер с числом нуклонов  $A \approx 100$ .

Структура изотопов Zr исследовалась во многих работах [1; 4; 5; 10-14; 16-20]. Сосуществование сильно деформированных возбужденных состояний со сферическими основными состояниями были обнаружены в изотопах Sr, Zr и Mo [2; 8; 9]. В таких ядрах наряду с резким становлением деформации можно наблюдать сильное или слабое смешивание конфигураций различных форм ядра. Информация об этом может быть получена из экспериментальных данных о вероятностях электромагнитных переходов. Например, измерение характеристик распада 2<sup>+</sup> состояния <sup>96</sup>Zr и <sup>96</sup>Мо позволило установить резкое изменение формы с ростом энергии возбуждения в этих ядрах [7; 15]. Интерпретация наблюдаемых свойств <sup>96</sup>Zn и <sup>96</sup>Mo в рамках коллективной модели ядра является задачей данной работы.

<sup>©</sup> Мардыбан М. А., Сазонов Д. А., Колганова Е. А., Джолос Р. В., 2019

Для исследования наблюдаемого явления сосуществования деформированных и сферических состояний при низких энергиях в <sup>96</sup>Zn и <sup>96</sup>Мо рассматриваются свойства этих ядер в рамках коллективной модели с гамильтонианом, потенциальная энергия которого имеет два минимума: сферический и деформированный. В данной работе экспериментальные данные анализируются, основываясь на потенциале, зависящем от деформации β. Все другие характеристики потенциала: относительная глубина обоих минимумов, ширина и высота барьера, разделяющего эти минимумы, жесткости потенциала вблизи минимумов, варьируются без дополнительных ограничений, но так, чтобы достичь удовлетворительного описания свойств низколежащих коллективных состояний. Таким образом, основная цель данной работы – найти потенциал, позволяющий описать характеристики  $0_1^+$ ,  $0_2^+$ , и  $2_1^+$ ,  $2_2^+$  состояний <sup>96</sup>Zn и <sup>96</sup>Mo.

В общем случае коллективный гамильтониан является суммой кинетической энергии  $\beta$ колебаний, кинетической энергии  $\gamma$ -колебаний, их перекрестного члена, а также энергии вращения и потенциальной энергии. Предположим, что переменные  $\gamma$  и  $\beta$  могут быть отделены друг от друга, а волновые функции сконцентрированы при  $\gamma = 0$ . В результате гамильтониан принимает следующий вид:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2B_0} \frac{1}{b_{rot}^2} \frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 b_{rot}^{\frac{3}{2}} \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{\hbar^2}{2B_0} \frac{\tilde{I}^2 - \tilde{I_3}^2}{3b_{rot}\beta^2} + V(\beta),$$
$$I_k = 4b_{rot}\beta^2 \sin^2\left(\gamma - \frac{2k\pi}{3}\right). \tag{1}$$

Здесь параметр  $B_0$  является общим размерным масштабным коэффициентом, а  $b_{rot}$  – безразмерный вращательный коэффициент инерции.

Для последующих вычислений удобно исключить из гамильтониана (1) слагаемые с оператором дифференцирования по β в пер-

вой степени. С этой целью представим коллективную волновую функцию  $\psi(\beta)$  в виде  $\psi(\beta) = g(\beta)\Phi(\beta)$  и определим  $g(\beta)$  так, чтобы исключить из соответствующего уравнения Шредингера первую производную  $\Phi$ . Тогда уравнение Шредингера для  $\Phi$  принимает вид:

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2B_0}\frac{d^2}{d\beta^2} + \frac{\hbar^2}{2B_0}\frac{\hat{I}^2 - \hat{I_3}^2}{3b_{rot}\beta^2} + V(\beta) + \frac{\hbar^2}{B_0}\frac{1}{\beta^2}\right\}\Phi = E\Phi.$$
 (2)

Чтобы описать форму потенциала, мы фиксируем несколько точек, характеризующих положения сферического и деформированного минимумов, жесткости потенциалов вблизи минимумов, высоту и ширину барьера, разделяющего оба минимума. Потенциальная энергия как функция  $\beta$  определяется с помощью кубической сплайн-интерполяции между выбранными точками. После этого уравнение Шредингера (2) решается численно с нулевыми граничными условиями, варьируя положения отобранных точек так, чтобы достичь удовлетворительного описания энергий возбуждения  $2_1^+$  и  $2_2^+$  состояний и следующих вероятностей Е2-переходов: В(Е2;  $2_2^+ \rightarrow 0_2^+$ ), В(Е2;  $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ ) и В(Е2;  $2_2^+ \rightarrow 0_1^+$ ). Число выбранных точек изменялось в пределах от 10 до 13. Параметр  $B_0$  определялся так, чтобы фиксировать энергию  $0_2^+$  состояния. В соответствии с результатами, полученными ранее при анализе свойств сильно деформированных ядер, мы фиксировали  $b_{rot} = 0.2$ .

Результаты расчета для ядра <sup>96</sup>Zr представлены на рис. 1. Как видно из рис. 1, согласие между результатами расчетов и экспериментальными данными вполне удовлетворительное.



Рис. 1. Экспериментальные (а) и расчетные (б) низколежащие состояния <sup>96</sup>Zr. Энергии возбуждения приведены в кэВ. Значения вероятностей электрических переходов в одночастичных единицах, значения вероятностей магнитных переходов приведены в магнетонах Бора

Коллективный потенциал, определенный на основе коллективной модели с помощью описанной выше процедуры, показан на рис. 2. Высота барьера, разделяющего два минимума, отсчитанная от энергии основного состояния, составляет 2.45 МэВ. Волновые функции основного и возбужденных состояний приведены на рис. 3.



Рис. 2. Потенциальная энергия V (β) и рассчитанные уровни энергии ядра <sup>96</sup>Zr



Рис. 3. Волновые функции  $\Phi$  основного и возбужденных состояний <sup>96</sup>Zr

Как видно из рис. 3, волновые функции  $0_1^+$  и  $2_1^+$  состояний сконцентрированы в основном в сферической яме, а волновые функции  $0_2^+$  и  $2_2^+$  состояний – в деформированной

яме. Результаты расчета энергий возбужденных состояний и вероятностей электромагнитных переходов в <sup>96</sup>Мо приведены на рис. 4.



Рис. 4. Экспериментальные (а) и расчетные (б) низколежащие состояния <sup>96</sup>Мо. Энергии возбуждения приведены в кэВ. Значения вероятностей электрических переходов в одночастичных единицах, значения вероятностей магнитных переходов приведены в магнетонах Бора

Таким образом, в данной работе исследована возможность описания свойств низколежащих коллективных состояний <sup>96</sup>Zr и <sup>96</sup>Mo на основе коллективного квадрупольного гамильтониана Бора с потенциалом, имеющим два минимума: сферический и деформированный. В случае <sup>96</sup>Zr оба минимума имеют достаточно большую глубину. В случае <sup>96</sup>Mo деформированный минимум лишь намечен. Получено хорошее согласие рассчитанных характеристик обоих ядер с экспериментальными данными.

### Библиографический список

1. Böyükata M., Van Isacker P., Uluer I. // J. Phys. G. 2010. V. 37. P. 105102.

2. Büscher M., Casten R.F., Gill R.L., Schuhmann R., Winger J.A., Mach H., Moszyński M., Sistemich K. // Phys. Rev. C. 1990. V. 41. P. 1115. 3. Cejnar P., Jolie J., Casten R.F. // Rev. Mod. Phys. 2010. V. 82. P. 2155.

4. Fortune H.T. // Phys. Rev. C 95. 2017. P. 054313.

5. Garcia-Ramos J.E., Heyde K., Fossion R., Hellemans V., De Baerdemacker S. // Eur. Phys. J. A 2005. V. 26. P. 221.

6. Heyde K., Wood J.L. // Rev. Mod. Phys. 2011. V. 83. P. 1467; Erratum // Rev. Mod. Phys. 2011. V. 83. P. 1655.

7. Kremer C., Aslanidou S., Bassauer S., Hilcker M., Krugmann A., von Neumann-Cosel P., Otsuka T., Pietralla N., Ponomarev V. Yu., Shimizu N., Singer M., Steinhilber G., Togashi T., Tsunoda Y., Werner V., Zweidinger M. // Phys. Rev. Lett. 2016. V. 117. P. 172503.

8. Lhersonneau G., Dendooven P., Honkanen A., Huhta M., Jones P.M., Julin R., Juutinen S., Oinonen M., Penttilä H., Persson J.R., Peräjärvi K., Savelius A., Wang J.C., Äystö J. // Phys. Rev. C. 1997. V. 56. P. 2445.

9. Lhersonneau G., Pfeiffer B., Kratz K.-L., Enqvist T., Jauho P.P., Jokinen A., Kantele J., Leino M., Parmonen J.M., Penttilä H., Äystö J. // Phys. Rev. C 49. 1994. P. 1379. 10. Liu Y.-X., Sun Y., Zhou X.-H., Zhang Y.-H., Yu S.-Y., Yang Y.-C., Jin H. // Nucl. Phys. A 858. 2011. P. 11.

11. Mei H., Xiang J., Yao J.M., Li Z.P., Meng J. // Phys. Rev. C 85. 2012. P. 034321.

12. Ozen C., Dean D.J. // Phys. Rev. C 73. 2006. P. 014302.

13. Petrovici A., Schmid K.W., Faessler A. // J. Phys. Conf. Ser. 2011. V. 312. P. 092051.

14. Petrovici A. // Phys. Rev. C. 2012. V. 85. P. 034337.

15. Pietralla N. et al. // Eur. Phys. J.: Web of Conf. 2018. V. 178. P. 02007.

16. Rodríguez-Guzmán R., Sarriguren P., Robledo L.M., Perez-Martin S. // Phys. Lett. B. 2010. V. 691. 2010. P. 202.

17. Skalski J., Heenen P.-H., Bonche P. // Nucl. Phys. A. 1993. V. 559. P. 221.

18. Skalski J., Mizutori S., Nazarewicz W. // Nucl. Phys. 1997. V. 617. P. 282.

19. Sieja K., Nowacki F., Langanke K., Martínez Pinedo G. // Phys. Rev. C. 2009. V. 79. P. 064310; Erratum // Phys. Rev. C. 2009. V. 80. P. 019905.

20. Xiang J., Li Z.P., Li Z.X., Yao J.M., Meng J. // Nucl. Phys. A. 2012. V. 873. P. 1.

Поступила в редакцию 16.12.2019