

УДК 681.5

**А. П. Леонов****Об анализе цифровых прецизионных позиционных САУ**

*Предлагается упрощенная методика расчета параметров цифровой прецизионной позиционной системы с широтно-импульсным управлением. Анализируются условия, при которых данная цифровая система управления в первом приближении может рассчитываться как непрерывная. Приводимые теоретические выводы иллюстрируются примером анализа конкретной прецизионной позиционной цифровой системы управления.*

*Ключевые слова: цифровая прецизионная позиционная система автоматического управления, точность позиционирования, качество переходного процесса, цифровое измерение скорости, частотный критерий Найквиста для логарифмических характеристик.*

**Об авторах**

**Леонов Анатолий Петрович** — кандидат технических наук, старший научный сотрудник, зам. директора филиала «Протвино» Государственного университета «Дубна» по учебной и научной работе.

При автоматизации технологических процессов и производств актуальной является задача разработки методики анализа цифровых САУ, позволяющей рассчитывать параметры, обеспечивающие заданное качество управления. Как правило, расчет нелинейных цифровых систем управления осуществляется численными методами с использованием малых приращений и сшивания (припасовывания) решений. Корректность решений в этом случае определяется адекватностью математической модели и реальной цифровой САУ. В общем случае построение «адекватной» математической модели цифровой САУ представляет собой сложную задачу, требует значительного времени и высокой квалификации ее разработчика [3].

Однако для определенных классов цифровых САУ представляется возможной разработка упрощенной методики их анализа. Рассмотрим цифровую прецизионную позиционную систему с широтно-импульсным управлением (ЦППСУ).

ЦППСУ — нелинейная система, обеспечивающая перемещение объекта управления в заданную координату с высокой точностью (единицы — десятки мкм) при заданном качестве регулирования (заданы: перерегулирование, время переходного процесса, точность и т.д.).

Цель работы — предложить упрощен-

ную методику расчета параметров ЦППСУ с широтно-импульсным управлением.

**Анализ функциональной схемы ЦППСУ**

При проектировании ЦППСУ придется решать две противоречивые задачи: обеспечение заданной точности позиционирования объекта управления (ОУ) в заданную координату и получение требуемого качества переходного процесса, включая обеспечение максимального быстродействия САУ [8]. Как известно [3; 11], установившаяся ошибка в САУ определяется значением коэффициента усиления: чем меньше заданная величина ошибки, тем больше требуемое значение коэффициента усиления. В результате ЦППСУ может оказаться либо неустойчивой, либо качество переходного процесса не будет удовлетворять заданным требованиям. Для обеспечения требуемого качества управления при заданном коэффициенте усиления в структурную схему ЦППСУ вводят местную обратную связь по скорости [2; 10].

Типовая функциональная схема двухконтурной ЦППСУ представлена на рис. 1. На один вход (+) цифровой схемы сравнения ЦСС1 подается код  $N_{ВХ}$ , соответствующий заданной длине перемещения ОУ, на другой вход (–) — код  $N_{Р\ Вых}$ , соответствующий его реальной длине перемещения  $S_{Вых}$ . Реальная величина перемещения  $S_{Вых}$  измеряется цифровым датчиком перемещения ЦДП относительного типа (оптической линейкой), который непосредственно измеряет переме-

шение ОУ, а не угол поворота вала двигателя. При этом исключаются погрешности в кинематической цепи между валом двигателя и нагрузкой, что повышает точность и быстродействие системы управления движением ОУ [2]. Код  $N_{P\text{ВЫХ}}$  с выхода сумматора  $\sum N_{\text{ВЫХ}}$  представляет собой алгебраическую сумму импульсов  $N_{\text{ВЫХ}}$ . Единица отсчета ЦДП ( $\delta_{\text{ДАТ}}$ ) измеряется в метрах на импульс (м/имп), а его коэффициент передачи

$$K_{\text{ДАТ}}[\text{имп/м}] = 1/\delta_{\text{ДАТ}}.$$

Цифровой датчик скорости ЦДС реализован на реверсивном счетчике, который подсчитывает число импульсов  $N_{\text{ВЫХ}}$  за строго фиксированный интервал времени  $T_{\text{СК}}$ , в конце которого в счетчике записан некоторый код  $N_{\text{СК}}$ , пропорциональный скорости ОУ [2]. В конце каждого интервала времени  $T_{\text{СК}}$  счетчик сбрасывается, и его режим работы повторяется. Коэффициент передачи ЦДС определяется отношением

$$K_{\text{ОС}} = N_{\text{СК}}/V,$$

где  $V$  — реальная скорость ОУ в м/с.

Значение  $N_{\text{СК}}$  определяется из выражения

$$N_{\text{СК}} = VK_{\text{ДАТ}}T_{\text{СК}}.$$

Тогда окончательное выражение для определения коэффициента передачи ЦДС

$$K_{\text{ОС}} = K_{\text{ДАТ}}K_{\text{СК}}T[\text{имп} \cdot \text{с/м}].$$

Из этого выражения следует, что при заданном ЦДП (заданном  $K_{\text{ДАТ}}$ ) изменение коэффициента передачи скоростной обратной связи можно осуществлять изменением времени  $T_{\text{СК}}$ , в течение которого происходит запись импульсов в реверсивный счетчик ЦДС.

На выходе ЦСС1 присутствует ошибка по положению  $\varepsilon_1$ , а на выходе цифровой схемы сравнения ЦСС2 — сигнал ошибки

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 - K_{\text{ОС}} \cdot V.$$

В зависимости от величины  $\varepsilon_2$  на выходе преобразователя «код — ширина импульса» (КШИ) формируются импульсы определенной длительности  $t_{\text{ИМП}}$  и постоянной амплитуды, следующие с постоянным периодом  $T_{\text{УПР}}$  (широтно-импульсное управление [3; 12]). Управляющие импульсы  $t_{\text{ИМП}}$  поступают на вход мостового транзисторного каскада (МТК) [6; 7], являющегося реверсивным усилителем мощности. С выхода МТК среднее значение управляющего напряжения  $U_{\text{Я}}$  поступает на обмотку якоря исполнительного двигателя постоянного тока независимого возбуждения (ИД). Его величина

$$U_{\text{Я}} = U_{\text{ПИТ}} \cdot t_{\text{ИМП}}/T_{\text{УПР}},$$

где  $U_{\text{ПИТ}}$  [В] — напряжение источника питания.

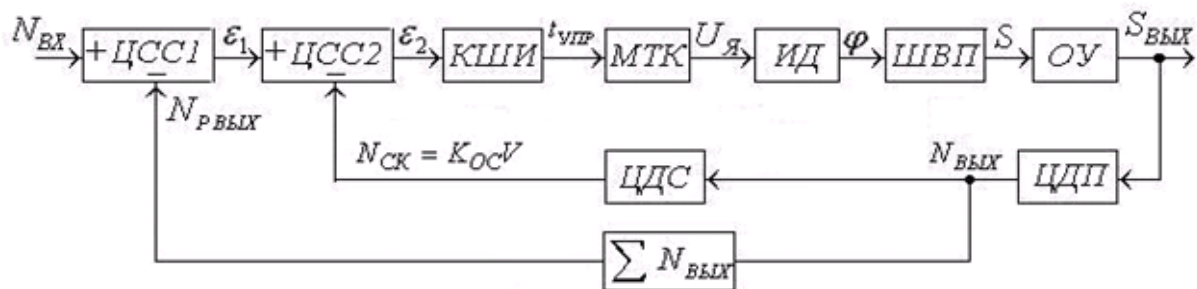


Рис. 1. Функциональная схема двухконтурной ЦППСУ

Угол  $\varphi$  поворота вала двигателя преобразуется в поступательное движение ОУ с помощью шарико-винтовой передачи ШВП. Линейное перемещение ОУ

$$S_{\text{ВЫХ}} = K_{\text{ШВП}} \cdot \varphi,$$

где  $K_{\text{ШВП}}$  [м/рад] — коэффициент передачи шарико-винтовой пары. Величина  $S_{\text{ВЫХ}}$  с

точностью до единицы отсчета ЦДП соответствует значению входного кода  $N_{\text{ВХ}}$ .

### Определение условий линеаризуемости ЦППСУ

Структурная схема анализируемой позиционной САУ представлена на рис. 2 (часть схемы, выполненная сплошными линиями).

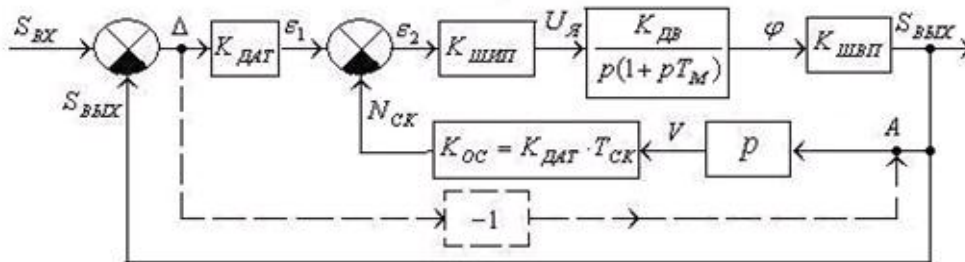


Рис. 2. Структурная схема ЦППСУ при широтно-импульсном управлении

Ошибка положения ОУ в цифровом виде определяется из выражения

$$\varepsilon_1[\text{имп}] = K_{\text{ДАТ}}(S_{\text{ВХ}} - S_{\text{ВЫХ}}) = K_{\text{ДАТ}} \cdot \Delta.$$

Дифференцирующее звено  $p$  осуществляет вычисление линейной скорости ОУ

$$V[\text{м/с}] = dS_{\text{ВЫХ}} / dt.$$

Полученное аналоговое значение скорости переводится в цифровую форму в соответствии с выражением

$$N_{\text{СК}}[\text{имп}] = K_{\text{ОС}}V = K_{\text{ДАТ}}T_{\text{СК}}V.$$

Изменяя величину  $T_{\text{СК}}$ , можно регулировать демпфирующее влияние скоростной обратной связи.

Последовательно соединенные преобразователь КШИ и усилитель МТК на структурной схеме представлены одним звеном с коэффициентом передачи  $K_{\text{ШИП}}$ . Его величина определяется из выражения

$$K_{\text{ШИП}} \geq \frac{M_{\text{С}}R_{\text{Я}}}{\Delta_{\text{ЗАД}}K_{\text{ДАТ}}C_{\text{М}}}.$$

При этом должно выполняться условие

$$M_{\text{ДВТР}} \geq M_{\text{С}},$$

где  $M_{\text{ДВТР}}$  — момент трогания, развиваемый двигателем при заданной статической ошибке;  $M_{\text{С}}$  — приведенный к валу двигателя момент сопротивления.

Момент трогания двигателя прямо пропорционален напряжению  $U_{\text{Я}}$ , подаваемому на якорь двигателя

$$M_{\text{ДВТР}} = \frac{U_{\text{Я}}}{R_{\text{Я}}} \cdot C_{\text{М}} = \frac{\Delta_{\text{ЗАД}}K_{\text{ДАТ}}K_{\text{ШИП}}}{R_{\text{Я}}} \cdot C_{\text{М}},$$

где  $\Delta_{\text{ЗАД}}$  [м] — заданная ошибка позиционирования;  $R_{\text{Я}}$  [Ом] — активное сопротивление якорной цепи двигателя;  $C_{\text{М}}$  [Нм/А] — конструктивная постоянная двигателя.

Передаточная функция ИД по углу поворота  $\varphi$  вала двигателя определяется из выражения

$$W_{\text{ДВ}}(p) = \frac{\varphi(p)}{U_{\text{Я}}(p)} = \frac{K_{\text{ДВ}}}{p(1+pT_{\text{М}})(1+pT_{\text{Я}})},$$

где  $K_{\text{ДВ}}$  [рад/сВ] — добротность двигателя по скорости;  $T_{\text{М}}$  [с] — механическая постоянная времени привода;  $T_{\text{Я}}$  [с] — электромагнитная постоянная времени цепи якоря.

Поскольку для ИД всегда соблюдается условие  $4T_{\text{Я}} \leq T_{\text{М}}$  [3], то в практических расчетах используем выражение

$$W_{\text{ДВ}}(p) = \frac{\varphi(p)}{U_{\text{Я}}(p)} = \frac{K_{\text{ДВ}}}{p(1+pT_{\text{М}})}.$$

САУ с широтно-импульсным управлением относятся к нелинейным дискретным системам, и их исследование представляет собой сложную задачу [3; 12]. Однако при исследовании ЦППСУ в первом приближении их можно рассчитывать, пользуясь методами расчета непрерывных систем, если [1; 3; 12]:

- для интервала дискретности  $T_{\text{УПР}}$  соблюдается условие теоремы Котельникова;
- алгоритм управления является линейным;
- квантованием по уровню можно пренебречь при наличии большого числа разрядов в преобразователях «перемещение ОУ — цифровой код» и «код — ширина импульса»;
- частота среза  $\omega_{\text{СР}}$  находится на участке логарифмической амплитудно-частотной характеристики (ЛАЧХ), имеющем наклон  $-20$  дБ/дек.

С помощью теоремы Котельникова можно установить, что при интервалах дискретности

$$T_{\text{УПР}} \leq \pi/\omega_{\text{СР}}$$

динамика дискретной системы не будет существенно отличаться от динамики соответствующей непрерывной системы.

Алгоритм управления является линейным, поскольку среднее напряжение на якоре прямо пропорционально величине ошибки  $\varepsilon_2$ . Момент двигателя  $M_{дв}$  пропорционален среднему току в якоре, который определяется средним значением напряжения  $U_я$ .

В ЦППСУ число разрядов в преобразователе «перемещение ОУ — цифровой код» (в канале обратной связи), как правило, равняется 16 и более [1], а число разрядов в преобразователе «код — ширина импульса» (в канале прямой связи) — 8 и более.

Если указанные выше условия соблюдаются, то при исследовании ЦППСУ удобно использовать критерий Найквиста для логарифмических характеристик [3; 10]. В соответствии с критерием Найквиста, при наличии единичной обратной связи по положению о практической приемлемости замкнутой САУ удобно судить по ЛАЧХ и логарифмической амплитудно-фазовой характеристике (ЛФЧХ) разомкнутой САУ. При проектировании в зависимости от класса САУ рекомендуется [5] выбирать запас по фазе  $\varphi_3 \geq 30^\circ \div 60^\circ$ , а запас по амплитуде  $L_3 \geq$

$\geq |-6 \div -20|$  дБ. Дополнительное условие, ЛАЧХ должна пересекать ось частот с наклоном  $-20$  дБ/дек.

**Пример использования упрощенной методики анализа ЦППСУ**

В качестве примера исследуем одну из ЦППСУ, разработанных при участии автора в ГИЦ «Институт физики высоких энергий» [4]. Система имеет следующие параметры:  $M_c = 785$  Нм;  $K_{дат} = 1 \cdot 10^6$  имп/м;  $K_{шип} \geq 0.66$  В/имп;  $c_M = 1180$  Нм;  $R_я = 1$  Ом;  $K_{дв} = 7.14$  рад/сВ;  $T_M = 65 \cdot 10^3$  с;  $T_я = 1 \cdot 10^{-4}$  с;  $K_{швп} = 0.8 \cdot 10^{-3}$  м/рад.

На рис. 3 построены асимптотическая ЛАЧХ и ЛФЧХ ( $L_1(\omega)$  и  $L_2(\omega)$  соответственно) для разомкнутой САУ с передаточной функцией

$$W_{(p)} = \frac{S_{вых}(p)}{S_{вх}(p)} = \frac{K_{дат} K_{шип} K_{дв} K_{швп}}{p(1 + pT_M)} = \frac{3800[1/c]}{p(1 + 65 \cdot 10^{-3} p)}$$

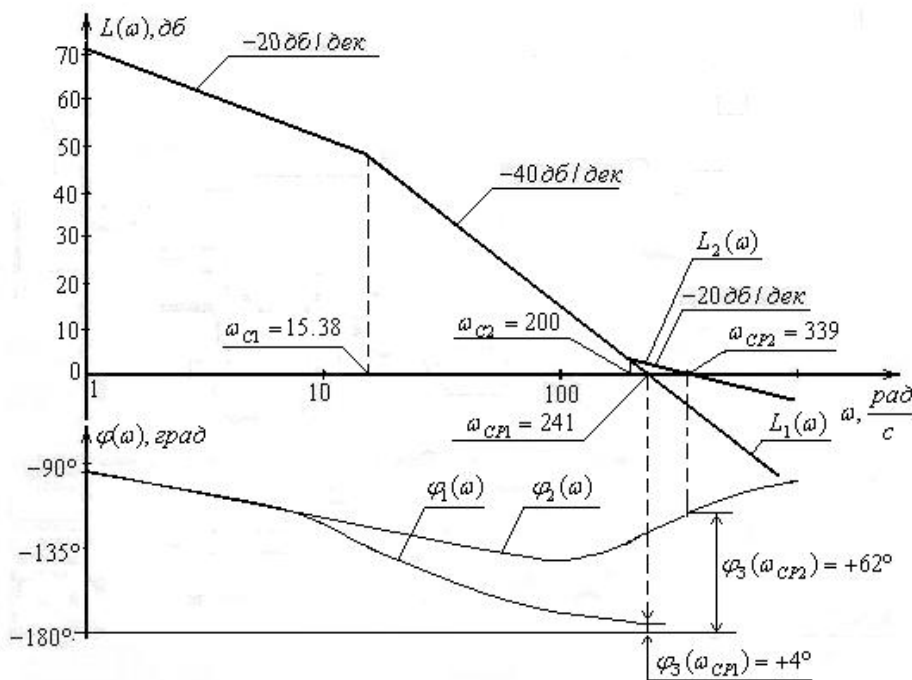


Рис. 3. Определение желаемого значения коэффициента скоростной обратной связи с использованием логарифмических характеристик

Анализ полученных ЛАЧХ и ЛФЧХ показывает, что при наличии только обратной связи по положению запас устойчивости по фазе  $\varphi_3 = +4^\circ$ , что значительно меньше требуемого. Наклон ЛАЧХ на частоте среза составляет  $-40$  дБ/дек, а не  $-20$  дБ/дек, как

требуется, т.е. данная САУ практически не приемлема.

Коррекцию САУ осуществим введением в структурную схему (см. рис. 2) скоростной обратной связи, охватывающей ис-

полнительный двигатель и ОУ. Определим параметры скоростной обратной связи.

Поскольку на вход ЦППСУ подается ступенчатый входной сигнал  $S_{ВХ-1}(t)$ , то скорость перемещения ОУ и ошибка  $\Delta = S_{ВХ} - S_{ВЫХ}$  изменяются по одному и тому же закону. Действительно, при реакции системы на ступенчатый входной сигнал

$$\frac{d\Delta}{dt} = -\frac{dS_{ВЫХ}}{dt},$$

поскольку для ступенчатого сигнала  $dS_{ВХ}/dt = 0$ . Следовательно, структурную схему можно преобразовать следующим образом (пунктир на рис. 2) — разомкнуть обратную связь по скорости до точки *A* и подключить к точке *A* сигнал ошибки  $\Delta$  с коэффициентом  $-1$ .

В этом случае передаточная функция разомкнутой САУ будет следующей

$$\begin{aligned} W_{(p)} &= \frac{S_{ВЫХ}(p)}{S_{ВХ}(p)} = \\ &= \frac{K_{ДАТ} K_{ШИП} K_{ДВ} K_{ШВП} (1 + pT_{СК})}{p(1 + pT_M)} = \\ &= \frac{3800(1 + pT_{СК})}{p(1 + 65 \cdot 10^{-3} p)}. \end{aligned}$$

В приведенном выражении неизвестной величиной является длительность интервала  $T_{СК}$  записи импульсов с ЦДП в реверсивный счетчик цифрового датчика скорости. Полагаем, что величина шага  $T_{СК}$  должна удовлетворять условию теоремы Котельникова

$$T_{СК} \leq \pi/\omega_{СР1} \leq 0.013c \leq 13мс.$$

С другой стороны, для получения наклона  $-20$  дБ/дек при пересечении ЛАЧХ с осью частот ( $L_2(\omega)$  на рис. 3) должно соблюдаться условие  $T_{СК} > 1/\omega_{СР1}$ .

Следовательно, можно определить диапазон, в котором находится желаемое значение  $T_{СК}$   $1/\omega_{СР1} < T_{СК} \leq \pi/\omega_{СР1}$ .

Чем ближе к частоте среза  $\omega_{СР1}$  значение частоты сопряжения  $\omega_{С2} = 1/T_{СК}$ , тем менее колебательным будет переходный процесс в системе [10].

Для упрощения алгоритма управления САУ желательно, чтобы величина  $T_{СК}$  равнялась периоду  $T_{УПР}$  формирования управляющего кода. Принято считать [9; 11], что значение  $T_{УПР}$  связано с шириной полосы пропускания  $\omega_{П}$  или временем установления замкнутой системы. Некоторые эмпириче-

ские правила рекомендуют, чтобы частота выборки была в 6—10 раз выше, чем полоса пропускания, или чтобы время установления соответствовало, по крайней мере, пяти интервалам выборки. Во многих коммерческих цифровых ПИД-регуляторах для определения  $T_{УПР}$  используют следующее правило

$$T_{УПР} \approx \frac{0.15 \div 0.5}{\omega_{П}}.$$

Как правило, для удобства управления величину  $T_{СК}$  выбирают равной или кратной значению  $T_{УПР}$ , т.е.

$$T_{СК} = kT_{УПР},$$

где  $k = 1, 2, \dots$

Для исследуемой системы при  $1/\omega_{СР1} = 4.15$  мс и  $\pi/\omega_{СР1} = 13$  мс получаем

$$4.15 \text{ мс} < T_{СК} \leq 13 \text{ мс}.$$

С учетом указанных выше факторов в первом приближении выбираем величину  $T_{СК} = 5 \cdot 10^{-3}$  с ( $K_{ОС} = 5 \cdot 10^3$  имп/с/м).

При выбранном значении  $T_{СК}$  следует проанализировать количество импульсов, поступающих на вход счетчика ЦДС на определенной скорости перемещения ОУ при заданной единице отсчета  $\delta_{ДАТ}$ . В ЦДС линейная скорость ОУ определяется с точностью до одного импульса, и погрешность измерения реальной скорости

$$\Delta_V = \frac{1}{N_{СК}} \cdot 100\%.$$

При  $T_{СК} = 5$  мс, скорости перемещения ОУ  $V_1 = 1$  см/с и  $\delta_{ДАТ} = 1$  мкм/имп число импульсов, просчитанных счетчиком

$$N_{СК1} = T_{СК} V_1 / \delta_{ДАТ} = 50 \text{ имп}.$$

Погрешность измерения скорости  $\Delta_{V1} = 2\%$ . При малой скорости  $V_2 = 2$  мм/с — число импульсов  $N_{СК2} = 10$  имп и  $\Delta_{V1} = 10\%$ . При проектировании цифровой САУ в зависимости от полученных значений погрешностей  $\Delta_V = 100\% / N_{СК}$  окончательно выбирается значение  $T_{СК}$  и определяется скорость, на которой следует переходить ко второму способу ее измерения (при малых скоростях перемещения ОУ) [2].

При  $T_{СК} = 0.005$  с = 5 мс передаточная функция исследуемой разомкнутой САУ будет определяться из выражения

$$W_{(p)} = \frac{3800(1 + 0.005p)}{p(1 + 0.065p)}.$$

В соответствии с этим выражением на рис. 3 построены асимптотическая ЛАЧХ  $L_2(\omega)$  и ЛФЧХ  $\varphi_2(\omega)$ . Их анализ показывает, что запас по фазе  $\varphi_3(\omega_{СР2}) = +62$ , т.е. стал вполне приемлемым, наклон на частоте среза  $\omega_{СР2}$  составляет  $-20$  дБ/дек, что является необходимым условием обеспечения практически приемлемого качества переходного процесса.

### Выводы

Предлагаемая методика позволяет значительно упростить процедуру анализа цифровой САУ. Однако следует учитывать, что корректность расчетов зависит от соблюдения приведенных в работе условий, а именно:

- величина  $T_{СК}$  должна находиться в диапазоне

$$1/\omega_{СР1} < T_{СК} \leq \pi/\omega_{СР1},$$

окончательно ее значение выбирается в зависимости от величины единицы отсчета датчика  $\delta_{дат}$  и значения  $T_{УПР}$ ;

- число разрядов кода  $N_{Р\text{ вых}}$  должно быть не менее 16, а число разрядов преобразователя «код — ширина импульса» — не менее 8;
- алгоритм управления является линейным, реализуемым в течении интервала времени  $T_{УПР}$ ;
- ЛАЧХ скорректированной САУ пересекает ось абсцисс с наклоном  $-20$  дБ/дек;
- входное воздействие должно быть ступенчатым, равным приращению координаты ОУ.

### Библиографический список

1. Ахметжанов, А. А. Высокоточные системы передачи угла автоматических устройств / А.А. Ахметжанов. — Москва : Энергия, 1975. — 288 с.

2. Белов, М. П. Автоматизированный электропривод типовых производственных механизмов и технологических комплексов / М.П. Белов, В.А. Новиков, Л.Н. Рассудов. — Москва : Академия, 2004. — 576 с.

3. Бесекеерский, В. А. Теория систем автоматического управления / В.А. Бесекеерский, Е.П. Попов. — Санкт-Петербург : Профессия, 2007. — 752 с.

4. Евсиков, А. А. Учет упругих деформаций механических звеньев при моделировании высокоточных позиционных сервоприводов малой мощности / А.А. Евсиков, А.П. Леонов, Е.А. Устинов // Инженерная физика. — 2009. — № 10. — С. 25—28.

5. Ерофеев, А. А. Теория автоматического управления / А.А. Ерофеев. — Санкт-Петербург : Политехника, 2005. — 302 с.

6. Леонов, А. П. О построении математических моделей цифровых систем автоматического управления в режиме точного позиционирования // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. — 2011. — № 12. — С. 5—9.

7. Леонов, А. П. Реверсивный транзисторный преобразователь для управления двигателем постоянного тока / А.П. Леонов, В.В. Попов, Е.А. Устинов // Приборы и техника эксперимента. — 1978. — № 5. — С. 180—182.

8. Медведев, В. С. Микропроцессорное управление следящими приводами станков для обработки печатных плат в гибком автоматизированном производстве / В.С. Медведев, А.П. Леонов // Известия Академии Наук СССР. Техническая кибернетика. — 1987. — № 3. — С. 123—131.

9. Олссон, Г. Цифровые системы автоматизации и управления / Г. Олссон, Д. Пиани. — Санкт-Петербург : Невский диалект, 2001. — 557 с.

10. Astrom, K. J. Feedback Systems. An Introduction for Scientist and Engineers / K.J. Astrom, R.M. Murray. — Princeton, Oxford : Princeton Univ. Press, 2008. — 396 p.

11. Dorf, R. C. Modern control systems / R.C. Dorf, R.H. Bishop. — Prentice Hall, 2010. — 1104 p.

12. Fadali, M. S. Digital Control Engineering. Analysis and Design / M.S. Fadali, A. Visioli. — Burlington, MA : Academic Press, 2009. — 523 p.

---

Поступила в редакцию  
25.03.2016